

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

ГЕОГРАФІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра геодезії, картографії та землеустрою

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Заступник декана з навчальної роботи
Володимир ПАСЬКО
Географічний факультет
«18» серпня 2026 року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
МАТЕМАТИЧНЕ ОБРОБЛЕННЯ ГЕОДЕЗИЧНИХ
ВИМІРЮВАНЬ
для студентів**

галузь знань **G – Інженерія, виробництво та будівництво**
спеціальність **G18 – Геодезія та землеустрій**
освітній рівень **бакалавр**
освітня програма **геодезія та землеустрій**
вид дисципліни **вибірковий блок 1 “Геодезія та землеустрій” вибіркова (ВБ 1.01)**

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2026/2027
Семестр	3
Кількість кредитів ECTS	5.0
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	залік

Викладачі: **Гончаренко Олександр Степанович**, кандидат технічних наук, доцент кафедри геодезії, картографії та землеустрою, **Молочко Микола Анатолійович**, асистент кафедри геодезії, картографії та землеустрою.

Пролонговано: на 20__/20__ н.р. _____ (_____) «__» 20__ р.
(підпис, ПІБ, дата)

на 20__/20__ н.р. _____ (_____) «__» 20__ р.
(підпис, ПІБ, дата)

КИЇВ – 2026

Розробник: **Гончаренко Олександр Степанович**, кандидат технічних наук, доцент кафедри геодезії, картографії та землеустрою.

ЗАТВЕРДЖЕНО

“25” серпня 2026 року

Завідувач кафедри


(підпис)

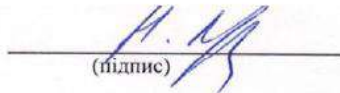
Людмила ДАЦЕНКО

Протокол № 1 від “25” серпня 2026 року

Схвалено науково-методичною комісією географічного факультету

Протокол № 5 від “26” серпня 2026 року

Голова науково-методичної комісії


(підпис)

Наталія КОРОГОДА
(ім'я та прізвище)

“26” серпня 2026 року

ВСТУП

1. Мета навчальної дисципліни «Математичне оброблення геодезичних вимірювань» — формування у здобувачів освіти теоретичних знань і практичних навичок застосування математичних та статистичних методів для опрацювання результатів геодезичних вимірювань, оцінювання їхньої точності й надійності, виявлення та врахування похибок, урівноваження геодезичних побудов, а також обґрунтованого аналізу й інтерпретації отриманих результатів із використанням сучасного програмного забезпечення.

2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни :

Для успішного опанування дисципліни «Математичне оброблення геодезичних вимірювань» здобувачі освіти повинні:

знати:

- основні положення вищої математики, зокрема лінійної алгебри, аналітичної геометрії та математичного аналізу;
- загальні положення топографії та геодезії;
- основні види геодезичних вимірювань і принципи роботи геодезичних приладів;
- одиниці вимірювання кутових, лінійних і висотних величин;
- загальні вимоги до виконання польових геодезичних робіт і ведення польової документації;

уміти:

- виконувати основні алгебраїчні та тригонометричні обчислення;
- розв'язувати системи лінійних рівнянь;
- здійснювати операції з матрицями та визначниками;
- виконувати кутові, лінійні й висотні геодезичні вимірювання;
- опрацьовувати результати прямих вимірювань і обчислювати їхні середні значення;
- користуватися топографічними планами, картами, каталогами координат і висот;
- аналізувати матеріали польових геодезичних вимірювань;
- застосовувати електронні таблиці та інші засоби обчислювальної техніки для виконання розрахунків;

володіти:

- базовими методами виконання польових і камеральних геодезичних робіт;
- навичками перевірки правильності вихідних даних і результатів обчислень;
- прийомами систематизації та подання результатів геодезичних вимірювань у табличній і графічній формах;
- базовими навичками роботи із сучасними обчислювальними засобами та програмним забезпеченням;

володіти компетентностями щодо:

- виконання основних видів геодезичних вимірювань;
- первинного опрацювання результатів польових спостережень;
- виявлення грубих помилок у результатах вимірювань і обчислень;
- оцінювання якості вихідних геодезичних даних;
- оформлення журналів вимірювань, обчислювальних відомостей, схем та інших матеріалів геодезичних робіт.

3. Анотація навчальної дисципліни:

Навчальна дисципліна «Математичне оброблення геодезичних вимірювань» спрямована на формування теоретичних знань і практичних навичок математичного опрацювання

результатів геодезичних вимірювань, оцінювання їхньої точності, надійності та відповідності встановленим вимогам.

У межах дисципліни розглядаються види та властивості похибок вимірювань, закони їх розподілу, критерії виявлення грубих помилок, способи оцінювання точності прямих, непрямих, рівноточних і нерівноточних вимірювань. Вивчаються принципи визначення ваги вимірювань, обчислення середніх значень та їхніх середніх квадратичних похибок, а також застосування закону накопичення похибок функцій виміряних величин.

Особливу увагу приділено методу найменших квадратів, параметричному та корелятному способам урівноваження, математичному опрацюванню геодезичних мереж, аналізу точності отриманих результатів і складанню відповідної обчислювальної документації. Практичні завдання передбачають застосування сучасних обчислювальних засобів і програмного забезпечення для автоматизації розрахунків, контролю результатів та інтерпретації геодезичних даних.

Опанування дисципліни забезпечує здатність обґрунтовано обирати методи математичного опрацювання геодезичних вимірювань, оцінювати якість і достовірність отриманих результатів та використовувати їх під час виконання топографо-геодезичних, картографічних і землепорядних робіт.

4. Завдання (навчальні цілі):

Основними завданнями вивчення дисципліни «Математичне оброблення геодезичних вимірювань» є формування у здобувачів освіти системи теоретичних знань і практичних умінь, необхідних для математичного опрацювання геодезичних вимірювань, оцінювання їхньої точності та надійності, контролю якості отриманих результатів і застосування сучасних інформаційних технологій.

Вивчення дисципліни спрямоване на формування таких фахових компетентностей:

- **ФК 5** — набуття здатності застосовувати сучасне програмне, інформаційне, технічне і технологічне забезпечення для автоматизації математичного опрацювання геодезичних вимірювань, урівноваження геодезичних мереж та оцінювання точності отриманих результатів;
- **ФК 7** — формування здатності збирати, систематизувати, опрацьовувати, критично оцінювати та інтерпретувати результати геодезичних вимірювань, геопросторові дані й метадані, а також забезпечувати їх належне зберігання, документування та подальше використання;
- **ФК 12** — набуття здатності здійснювати технічний контроль результатів геодезичних вимірювань, виявляти грубі помилки, оцінювати точність і надійність обчислених величин, перевіряти дотримання встановлених допусків та визначати якість топографо-геодезичної і картографічної продукції;
- **ФК 15.1** — формування здатності створювати, моделювати, інтегрувати, опрацьовувати, аналізувати та візуалізувати геопросторові дані, застосовувати математико-статистичні методи для оцінювання їхньої точності та використовувати результати опрацювання під час розв'язання прикладних завдань геодезії, землеустрою і сталого землекористування.

У результаті опанування дисципліни здобувачі освіти повинні навчитися:

- класифікувати похибки геодезичних вимірювань і встановлювати причини їх виникнення;
- застосовувати методи теорії ймовірностей і математичної статистики для опрацювання результатів вимірювань;
- оцінювати точність прямих, непрямих, рівноточних і нерівноточних вимірювань;

- визначати ваги вимірювань та середні квадратичні похибки виміряних і обчислених величин;
- використовувати закон накопичення похибок для оцінювання точності функцій виміряних величин;
- виявляти грубі помилки та перевіряти статистичну однорідність результатів спостережень;
- застосовувати метод найменших квадратів для урівноваження геодезичних вимірювань і мереж;
- виконувати параметричне та корелятне урівноваження геодезичних побудов;
- оцінювати точність урівноважених величин і здійснювати контроль правильності обчислень;
- використовувати сучасне програмне забезпечення та електронні таблиці для автоматизації розрахунків, аналізу і візуалізації результатів;
- оформлювати результати математичного опрацювання у вигляді обчислювальних відомостей, таблиць, схем, графіків і технічних звітів.

Нормативний зміст підготовки здобувачів вищої освіти, сформульований у термінах результатів навчання.

5. Результати навчання, форми викладання та методи оцінювання

Код	Результат навчання (1 — знати; 2 — вміти; 3 — комунікація; 4 — автономність та відповідальність)	Форми, методи і технології викладання та навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання	Відсоток у підсумковій оцінці
1.1	Знати основні положення теорії похибок геодезичних вимірювань, їх класифікацію, властивості та основні закони розподілу випадкових величин.	Лекції, пояснювально-ілюстративне та проблемне навчання, самостійне опрацювання навчальних матеріалів.	Тестування, усне опитування. Пороговий рівень — не менше 60% правильних відповідей.	10%
1.2	Знати методи оцінювання точності прямих, непрямих, рівноточних і нерівноточних вимірювань, правила визначення ваг та застосування закону накопичення похибок.	Лекції, розгляд практичних прикладів, самостійна робота.	Тестування, розв'язування контрольних задач. Пороговий рівень — не менше 60% правильно виконаних завдань.	10%
1.3	Знати теоретичні засади методу найменших квадратів, параметричного та корелятного способів урівноваження геодезичних вимірювань і мереж.	Лекції, демонстрація алгоритмів обчислень, самостійне опрацювання рекомендованих джерел.	Контрольна робота або тестування. Пороговий рівень — не менше 60% максимальної кількості балів.	10%
2.1	Уміти виконувати математичне опрацювання результатів прямих і	практичні й самостійні роботи, розв'язування	Перевірка звітів і захист лабораторних робіт. Пороговий	20%

Код	Результат навчання (1 — знати; 2 — вміти; 3 — комунікація; 4 — автономність та відповідальність)	Форми, методи і технології викладання та навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання	Відсоток у підсумковій оцінці
	непрямих геодезичних вимірювань, виявляти грубі помилки, обчислювати середні значення, ваги та середні квадратичні похибки.	розрахункових задач, аналіз результатів вимірювань.	рівень — правильне виконання не менше 60% передбачених завдань. Залік.	
2.2	Уміти застосовувати метод найменших квадратів для урівноваження геодезичних побудов, оцінювати точність урівноважених величин та контролювати правильність обчислень із використанням сучасного програмного забезпечення.	практичні роботи, комп'ютерний практикум, метод проєктів, самостійне виконання індивідуальних розрахункових завдань.	Перевірка розрахунків, звіт та захист лабораторних робіт. Пороговий рівень — отримання коректного результату та обґрунтування застосованої методики. Залік.	20%
3.1	Уміти аргументовано пояснювати обрані методи математичного опрацювання, інтерпретувати результати оцінювання точності, представляти обчислення у вигляді таблиць, схем і графіків та професійно обговорювати отримані результати.	Групове обговорення, презентація результатів, захист практичних та індивідуальних робіт.	Усний захист робіт, оцінювання повноти, логічності й обґрунтованості відповідей. Пороговий рівень — здатність пояснити основні етапи та результати виконаного опрацювання. Залік.	15%
4.1	Демонструвати здатність самостійно обирати методи математичного опрацювання геодезичних вимірювань, перевіряти достовірність результатів, дотримуватися встановлених вимог до точності та відповідати за якість виконаних обчислень.	Самостійна та індивідуальна робота, виконання комплексного розрахункового завдання, робота з нормативними й довідковими матеріалами.	Оцінювання самостійності, своєчасності та правильності виконання індивідуального завдання. Пороговий рівень — виконання всіх обов'язкових складових завдання та одержання обґрунтованого результату.	15%
	Разом			100%

6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Результати навчання дисципліни (код)	1.1	1.2	1.3	2.1	2.2	3.1	4.1
Програмні результати навчання (назва)							
ПРН 18.1. Виконувати геодезичні вимірювання та землепорядні вишукування із застосуванням інструментів, обладнання, устаткування та програмного забезпечення для проектування та формування інфраструктури і територій на основі нормативно-технічних документів при проведенні робіт із геодезії та землеустрою.	+	+	+	+	+	+	+

7. Схема формування оцінки:

7.1 Форми оцінювання студентів: рівень досягнення всіх запланованих результатів навчання визначається за результатами написання контрольних робіт, оцінкою за виконання завдань практичних занять, завдань самостійної роботи.

Питома вага результатів навчання у підсумковій оцінці за умови її опанування на належному рівні наступна:

Результати навчання – 1.1 – 1.3 (знання) – до 30%

Результати навчання – 2.1-2.2 (вміння) – до 40%

Результати навчання – 3 (комунікація) – до 15%

Результати навчання – 4 (автономність та відповідальність) – до 15%

7.2. Організація оцінювання

Семестрове оцінювання: кількість балів, що студент отримує протягом семестру є сумою балів, що були отримані при оцінюванні роботи на практичних заняттях та виконанні тематичних контрольних робіт.

Організація оцінювання: Робота на практичних заняттях оцінюється по виконанню, відповідно до графіка проведення практичних занять. Тематичні контрольні роботи проводяться у тестовій формі.

Умови допуску до заліку: рекомендований мінімум для допуску до заліку – 36 балів. Для студентів, які набрали сумарно меншу від 36 балів (рекомендований мінімум) кількість, обов'язковою умовою для отримання допуску до заліку є написання рефератів за питаннями пропущених чи недостатньо засвоєних тем.

Підсумкове оцінювання у формі заліку проводиться в письмовому форматі.

Максимальна кількість балів під час заліку – 40, мінімальна кількість балів, що додаються до семестрових – 24 (60% максимальної кількості балів, відведених на залік).

Загалом формування оцінки спирається на «Положення про організацію освітнього процесу у Київському національному університеті імені Тараса Шевченка» (друга редакція), що введено в дію наказом ректора № 170-32 від 11 квітня 2022 року.

7.3 Шкала відповідності оцінок

Оцінка	Кількість балів
Зараховано / Passed	60–100
Не зараховано / Fail	0–59

7.4. Політика навчальної дисципліни

Академічна доброчесність. Виконання всіх навчальних і контрольних завдань здійснюється з дотриманням Хартії академічної доброчесності та чинних положень Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Під час реалізації освітнього компонента дотримуються принципи академічної доброчесності, зокрема принцип нетерпимості (нульової толерантності) до будь-яких проявів її порушення, відповідно до Закону України «Про академічну доброчесність» та внутрішніх актів Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Запозичення, використання даних, ідей, текстів, зображень, цифрових матеріалів та інших результатів мають бути належно атрибутовані. Порушення академічної доброчесності розглядаються відповідно до університетських процедур.

Використання штучного інтелекту. Інструменти штучного інтелекту можуть використовуватися лише у випадках і межах, визначених завданням та чинним Положенням про використання штучного інтелекту при реалізації освітніх програм у Київському національному університеті імені Тараса Шевченка. Здобувач освіти несе відповідальність за достовірність, коректність, оригінальність і академічну доброчесність поданого результату та, якщо це передбачено завданням або політикою Університету, зазначає факт, інструмент і мету використання ШІ. Використання ШІ під час індивідуальних контрольних заходів дозволяється лише за прямим дозволом викладача. Використання генеративного штучного інтелекту не допускається під час контрольних заходів (проміжний та підсумковий контроль).

Визнання результатів неформальної та/або інформальної освіти. Результати навчання, здобуті в неформальній та/або інформальній освіті, можуть бути подані до визнання у встановленому Університетом порядку за умови їх відповідності результатам навчання цієї дисципліни та наявності підтвердних матеріалів.

8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЗАНЯТЬ

№ п/п	Назва лекції	лекції	Практич ні роботи	Самостійна робота
3 семестр				
Частина 1. Теоретичні основи математичного оброблення геодезичних вимірювань				
1	Вступ до математичного оброблення геодезичних вимірювань. Предмет, мета і завдання дисципліни. Основні етапи розвитку теорії математичного опрацювання вимірювань. Роль математичних методів у геодезії та землеустрої.	2	3	4
2	Загальні закономірності результатів вимірювань. Класифікація вимірювань і похибок. Випадкові, систематичні та грубі похибки. Властивості випадкових похибок та їхні числові характеристики.	2	3	5
3	Закони розподілу результатів вимірювань та їхніх похибок. Інтегральна і диференціальна функції розподілу. Нормальний і рівномірний розподіли, розподіли χ^2 та Стюдента. Крива Гауса.	2	3	5
4	Математичне оброблення рівноточних вимірювань однієї величини. Середнє арифметичне. Відхилення і поправки. Середня квадратична похибка. Формули Гауса та Бесселя. Оцінювання точності середнього арифметичного.	2	3	5
5	Математичне оброблення нерівноточних вимірювань. Поняття ваги вимірювання. Загальна арифметична середина. Середня квадратична похибка одиниці ваги. Оцінювання точності нерівноточних і подвійних вимірювань.	2	3	5
6	Оцінювання точності функцій виміряних величин. Функціональні та стохастичні зв'язки. Закон накопичення похибок. Коваріація та кореляція. Визначення ваги і середньої квадратичної похибки функції виміряних величин.	2	3	6
7	Статистичне дослідження результатів геодезичних вимірювань. Перевірка статистичних гіпотез. Виявлення грубих помилок. Оцінювання однорідності результатів вимірювань. Кореляційний і регресійний аналіз геодезичних даних.	2	3	5
	Контрольна робота			+
Частина 2. Метод найменших квадратів та урівноваження геодезичних мереж				
8	Метод найменших квадратів. Основний принцип і критерій методу. Матричне подання задач. Системи лінійних і нормальних рівнянь. Розв'язування нормальних рівнянь.	2	3	6

9	Параметричний спосіб урівноваження геодезичних вимірювань. Вибір невідомих параметрів. Складання і лінеаризація рівнянь поправок. Формування та розв'язування нормальних рівнянь.	2	3	6
10	Корелатний спосіб урівноваження геодезичних вимірювань. Умовні рівняння зв'язку та поправок. Лінеаризація. Формування і розв'язування системи нормальних рівнянь.	2	3	6
11	Урівноваження висотних геодезичних мереж. Математична модель нівелірної мережі. Параметричне та корелатне урівноваження. Обчислення перевищень і висот пунктів.	2	3	6
12	Урівноваження планових геодезичних мереж. Вибір параметрів і складання рівнянь поправок. Урівноваження кутових і лінійно-кутових побудов, теодолітних ходів і мереж.	2	3	6
13	Оцінювання точності та контроль результатів урівноваження. Коваріаційні та вагові матриці. Оцінювання точності результатів. Контроль обчислень. Програмне забезпечення.	2	3	5
14	Застосування МНК у геопросторових даних. Інтерполяція, апроксимація, колокація. Моделювання геопросторових об'єктів. Аналіз і візуалізація результатів.	2	3	6
	Контрольна робота			+
	Всього за семестр	28	42	76

Загальний обсяг **150 год.**, в тому числі: Лекцій – **28 год.** Практичних робіт – **42 год.**, самостійна робота - **76 год.**, консультації - 4 год.

9. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Основна

1. Войтенко С. П., Шульц Р. В., Кузьмич О. Й., Кравченко Ю. В. Математичне оброблення геодезичних вимірів : підручник / за ред. С. П. Войтенка. Київ : Знання, 2015. 654 с.
2. Гончаренко О. С. Методичні рекомендації до виконання практичних завдань з дисципліни «Математичне опрацювання та програмування геодезичних вимірів» для здобувачів освіти першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальності G18 «Геодезія та землеустрій». Київ : КНУ імені Тараса Шевченка, 2025. 35 с. URL: https://geo.knu.ua/wp-content/uploads/2025/11/metodychka-goncharenko-2025_.pdf (дата звернення: 09.08.2026).
3. Зазуляк П. М., Гавриш В. І., Євсєєва Е. М., Йосипчук М. Д. Основи математичного опрацювання геодезичних вимірювань : навч. посіб. Львів : Растр-7, 2007. 408 с.
4. Метешкін К. О., Шаульський Д. В. Математична обробка геодезичних вимірів : навч. посіб. Харків : ХНАМГ, 2012. 176 с. URL: <https://eprints.kname.edu.ua/26330/> (дата звернення: 09.08.2026).
5. Рижок З. Р., Поляковська Л. Л., Ступень Р. М., Колодій П. П. Математична обробка геодезичних вимірів : навч. посіб. Львів : Галицька видавнича спілка, 2020. 179 с. URL: <https://repository.lnup.edu.ua/jspui/handle/123456789/397> (дата звернення: 09.08.2026).
6. Метешкін К. О., Шаульський Д. В. Практикум з математичної обробки геодезичних вимірів : навч. посіб. Харків : ХНУМГ, 2014. 100 с. URL: <https://eprints.kname.edu.ua/35744/> (дата звернення: 09.08.2026).
7. Гончаренко О. С. Топографія з основами геодезії : навч.-метод. посіб. до виконання практичних робіт. Київ : КНУ імені Тараса Шевченка, 2021. 42 с. URL: <http://geo.univ.kiev.ua/uk/studentam/navchalni-materiali.html> (дата звернення: 09.08.2026).
8. Гончаренко О. С., Денисюк Б. І. Геодезія : метод. вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи за темою «Теодолітні ходи». Київ : КНУБА, 2011. 12 с.
9. Гончаренко О. С., Гладілін В. М., Шяудініте Л. Оптимальне використання методу квадратичного програмування для вирівнювання геодезичних мереж. Вісник Астрономічної школи. 2019. Т. 15, № 2. С. 38–42.
10. Гончаренко О. С., Денисюк Б. І. Експериментальні дослідження точності навігаційних ГНСС-приймачів в умовах забудованої території. Містобудування та територіальне планування. 2021. Вип. 77. С. 148–159. DOI: <https://doi.org/10.32347/2076-815x.2021.77.148-159>.
11. Гончаренко О. С., Денисюк Б. І., Катушков В. О., Кузьмич О. Й. Сучасні методи визначення відхилень прямовисних ліній та поверхні геоїда. Містобудування та територіальне планування. 2024. Вип. 85. С. 95–107. DOI: <https://doi.org/10.32347/2076-815x.2024.85.95-107>.
12. Honcharenko O., Bodnar S., Dubnytska M., Molochko M., Datsenko L., Mikhno O. Method for Studying the Effect of Barcode Staff Rotation on Digital Levelling Accuracy. AI Powered Control Systems in Fintech / eds. B. Alareeni, K. Hussainey, A. M. M. Nassar, K. Alkayid. Cham : Springer, 2026. Studies in Systems, Decision and Control. Vol. 649. P. 699–709. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-032-13119-5_58
13. Чуланов П. О., Бондар С. А., Кузьмич О. Й., Ісаєв О. П. Математичне оброблення геодезичних вимірів. Ч. 2. Параметричний спосіб вирівнювання : метод. вказівки до виконання практичних робіт. Київ : КНУБА, 2026. 67 с. URL: <https://repository.knuba.edu.ua/bitstreams/e7164345-2a75-446f-9a54-7a3a5b636c16/download> (дата звернення: 09.08.2026).
14. Кузьмич О. Й., Ісаєв О. П., Чуланов П. О., Бондар С. А. Математичне оброблення геодезичних вимірів. Ч. 3. Корелатний спосіб вирівнювання. Апроксимація функцій :

метод. вказівки до виконання практичних робіт. Київ : КНУБА, 2026. 33 с. URL: <https://repository.knuba.edu.ua/bitstreams/d3a892d5-662c-41a4-b4e1-901c387b187f/download> (дата звернення: 09.08.2026).

Додаткова

1. Топографо-геодезична та картографічна діяльність : законодавчі та нормативні акти : у 2 ч. Ч. 1. Вінниця : Антекс, 2000. 408 с.
2. Топографо-геодезична та картографічна діяльність : законодавчі та нормативні акти : у 2 ч. Ч. 2. Вінниця : Антекс, 2002. 656 с.